Title	非線形ランダム媒質内における多重散乱 : 非マルコフ過程(非線型・非平衡状態の統計力学,基研研究会報告)
Author(s)	古津, 宏一
Citation	物性研究 (1974), 21(6): I55-I57
Issue Date	1974-03-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/88737
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

$$\phi(F, J) = FJ - \int_0^J F_{in}(J')\,dJ' \tag{8}$$

J_∞ は $J(t)$ の $t \to \infty$ での値であることを考えれば，不等式 (6) は ϕ が $t \to \infty$ で ϕ 自体の極大値に等しくなることを意味する。すなわち書き換えて

$$\lim_{t\to\infty} \phi(F, J(t)) = \mathrm{Max}\,\phi(F, J(t))。 \tag{9}$$

この形式的な表式は不可逆性を表現しているが，(8) は自由エネルギー に対応するもので，それ故 (9) は第二法則と同形である。(9) は (1) 式が逆に解けるという要請から導かれた。上の方法は熱力学第二法則から出発する Glansdolff と Prigogine の方法と異なり，より基本的な仮定から出発している。非平衡状態の理解に役立つものと思う。

参　考　文　献

1） P.Glansdolff and I.Prigogine, Physica 30 (1964) 351
2） H.Furukawa, Prog. Theor. Phys. 51 No.3 (1974)

非線形ランダム媒質内における多重散乱

(非マルコフ過程)

電波研　古　津　宏　一

変数 $\{\psi\} = \{\psi_1, \psi_2, \cdots, \psi_n\}$ で記述される1つの物理系が，これに影響をうけない充分大きな外部系と変数 $q(x)$ を通じて結合しているものとし，次の形の“運動方程式”をみたすものとする，

$$L[\psi] = V[q, \psi] + \eta \tag{1}$$

ここで L 及び V は時間及び空間微分を含む ψ 及び q に関する non-linear なオペレーターとし，η は ψ についての外部源である。ここで外部系の変数 $q(x)$ に関する統

計的性質は完全に知られているものとし，したがって q に関する特性関数

$$Z_q[p] \equiv \langle \exp[\int dx\ p(x)\,q(x)] \rangle \tag{2}$$

は与えられている。したがって，ここでの基本的問題は $Z_q[p]$ を与えて ψ に関する特性関数

$$Z[\bar{\eta}] \equiv \langle \exp[\int dx\ \bar{\eta}(x)\,\psi(x)] \rangle, \tag{3}$$

又は，そのみたす方程式を見出すことである。

結論として (3) の $Z[\bar{\eta}]$ がみたす方程式は次のようなものである： オペレーター $\underset{\sim}{\psi}(x)$ 及び $\underset{\sim}{q}(x)$ を

$$q(x,p) \equiv \{\delta/\delta p(x)\}\ \log Z_q[p], \tag{4}$$

$$\underset{\sim}{\psi}(x) = \delta/\delta\bar{\eta}(x), \quad \underset{\sim}{q}(x) = (\,(x) + q(x,\delta/\delta_c),$$

で定義する；(2) より $q(x,\delta/\delta_c)$ は外部系のみにより決する $\delta/\delta_c(x)$ に関する汎関数である。さて $Z = Z[\bar{\eta}, c]$ は次式の解である：[1)]

$$[L[\underset{\sim}{\psi}] - V[\underset{\sim}{q}, \underset{\sim}{\psi}] - \eta]\ Z[\bar{\eta}, c] = 0 \tag{5}$$

ここで (3) で定義される $Z[\bar{\eta}]$ は (5) の解で $c = 0$ としたものである。一般に $Q[\psi, q]$ を ψ, q に関する任意の汎関数とすると，その期待値は

$$\langle Q[\psi, q] \rangle = Q[\underset{\sim}{\psi}, \underset{\sim}{q}]\ Z[\bar{\eta}, c]\,\Big|_{\bar{\eta}=c=0} \tag{6}$$

で与えられるから，$Z[\bar{\eta}, c]$ は (3) のそれよりも更に一般的意味をもつ。

(4) より空間の各点におけるオペレーター $\underset{\sim}{\psi}(x)$，$\underset{\sim}{q}(x)$ は相互に交換可能であり

$$[\underset{\sim}{q}(x), \underset{\sim}{q}(x')] = [\underset{\sim}{\psi}(x), \underset{\sim}{q}(x')] = [\underset{\sim}{\psi}(x), \underset{\sim}{\psi}(x')] = 0, \tag{7}$$

又これ等のオペレーターは q にゆらぎのある場合のそれぞれの物理量のオペレーター表示を与える。即ち，$Q[\psi, q] = 0$ を q にゆらぎのない場合における 1 つの式〔例えは波動方程式，エネルギー保存式等〕を表わすとすると，q にゆらぎがある場合のこれ

に相当する式は

$$Q[\underset{\sim}{\psi}, \underset{\sim}{q}]\ Z = 0 \tag{8}$$

で表現される。(5) はQ＝0 がψ の方程式 (1) である場合に相当する。

(5) 式はこれまでに turbulent air 内の光伝播及びランダムに分布する粒子による多重散乱（非マルコフ過程）等において有力な手段として用いられている。[2),3)]

参 考 文 献

1） V〔q，ψ〕がqについて線形である場合の証明は：J.Schwinger，J.Math. Phys. 2，427 (1961)，及び次のRet.2.

2） K.Furutsu，J.Opt. Soc. Am. 62，240 (1972).

3） 古津，粒子がランダムに分布する媒質内における伝播理論とTransport 方程式，EMT－73－49（電気学会資料）.

7